CAPITULO 5

TÉRMINOS, PREDICADOS Y CUANTIFICADORES UNIVERSALES

● 5.1 *Introducción*

A lo largo del estudio de la inferencia lógica se ha examinado la forma lógica o estructura de proposiciones moleculares, pero no se ha analizado la estructura lógica de las proposiciones atómicas. Nos podemos plantear la siguiente cuestión: «Las reglas de inferencia hasta ahora consideradas, ¿permiten hacer todas las inferencias y deducir todas las conclusiones que se pueden pensar como válidas?». No es difícil encontrar ejemplos que contesten a esta cuestión con un «no». Consideremos el razonamiento siguiente:

Premisa: Todos los pájaros son animales.
Premisa: Todos los ruiseñores son pájaros.
Conclusión: Todos los ruiseñores son animales.

Parece, efectivamente, ser un razonamiento correcto. Se puede escribir en la forma general siguiente:

Premisa: Todos los B son A.
Premisa: Todos los R son B.
Conclusión: Todos los R son A.

Sean A, B y R objetos cualesquiera libremente elegidos. Siempre que las premisas sean ciertas se encontrará una conclusión cierta.

Por otra parte se puede simbolizar este razonamiento como se ha hecho en capítulos anteriores.

Sea

P = «Todos los pájaros son animales»
Q = «Todos los ruiseñores son pájaros»
R = «Todos los ruiseñores son animales».

Poniendo **P**, **Q**, **R** en lugar de estas proposiciones, el razonamiento se pre senta en la forma

P	Premisa
Q	Premisa
R	Conclusión.

Es claro que no se puede deducir **R** de **P** y **Q** mediante las reglas consideradas hasta ahora.

Aparentemente se necesitan más reglas de inferencia para poder hacer todo lo que en Lógica se desea hacer. Pero antes de introducir nuevas reglas se ha de considerar cuidadosamente la estructura de las proposiciones atómicas.

Ejercicio 1

A. En los razonamientos siguientes tanto las premisas como las conclusiones son proposiciones atómicas. A pesar de que las conclusiones no pueden deducirse mediante los métodos y reglas que se conocen hasta ahora, algunos de los razonamientos son válidos y otros no. Leer los razonamientos e indicar si la conclusión parece deducirse o nc de las premisas. (No se piden las deducciones, sino decir simplemente lo que *parece* lógicamente.) Una observación: no se confunda la verdad de hecho y la validez lógica.

1. Todas las ranas son anfibios.
   Todos los anfibios son vertebrados.
   Por tanto, todas las ranas son vertebrados.
2. Algunos estudiantes estudian Lógica.
   Todos los estudiantes que estudian Lógica conocen el vocablo «premisa».
   Por tanto, algunos estudiantes conocen el vocablo «premisa».
3. Todos los árboles de nuestro jardín pierden las hojas en otoño.
   Ningún pino pierde sus hojas en otoño.
   Por tanto, algunos de los árboles de nuestro jardín son pinos.
4. Todos los reptiles son animales de sangre fría.
   Todos los caracoles son animales de sangre fría.
   Por tanto, todos los caracoles son reptiles.
5. Todos los amigos de Pedro son chicos que juegan a baloncesto.
   Todos los chicos que juegan a baloncesto son altos.
   Por tanto, todos los amigos de Pedro son altos.
6. Algunas figuras de este papel son pentágonos.
   Todos los pentágonos tienen cinco lados.
   Algunas figuras de este papel tienen cinco lados.

7. Todo objeto que emite luz a causa de la energía de sus partículas es un cuerpo luminoso.
   La Luna no es un cuerpo luminoso.
   Por tanto, la Luna es un objeto que emite luz a causa de la energía de sus partículas.
8. Platón fue un filósofo griego.
   Algún filósofo griego fue ciudadano de Atenas.
   Por tanto, Platón fue ciudadano de Atenas.
9. A pesar de los depósitos ricos en petróleo, ninguna región del golfo de Persia es una región altamente industrializada.
   Irak es una región del golfo de Persia.
   Por tanto, Irak no es una región altamente industrializada.
10. Algunas fracciones son mayores que algunos números enteros.
    El número 8/2 es una fracción.
    El número 3 es un número entero.
    Por tanto, 8/2 es mayor que 3.
11. Ningún perro es anfibio.
    Koko es un perro.
    Por tanto, Koko no es anfibio.
12. Todos los consejeros de la ciudad viven dentro de la ciudad.
    Ninguno de los López vive dentro de la ciudad.
    Por tanto, ninguno de los López es consejero de la ciudad.
13. Ninguno de los pases de hoy sirven para entrar.
    Todos los pases que sirven para entrar van firmados por el presidente.
    Por tanto, ninguno de los pases de hoy va firmado por el presidente.
14. Ningún crustáceo pertenece al *phylum mollesca.*
    Todas las almejas y caracoles pertenecen al *phylum mollesca.*
    Por tanto, ninguna almeja o caracol son crustáceos.
15. Todo A es B.
    Todo B es C.
    Por tanto, todo A es C.
16. Algunos miembros del Consejo son demócratas.
    Algunos demócratas se oponen a la reelección de White.
    Por tanto, algunos miembros del Consejo se oponen a la reelección de White.
17. Algún A es B.
    Todo B es C.
    Por tanto, algún A es C.
18. Todas las proposiciones moleculares contienen términos de enlace.
    Algunas proposiciones moleculares contienen exactamente una proposición atómica.

Por tanto, todas las proposiciones que contienen términos de enlace tienen exactamente una proposición atómica.

19. Todas las proposiciones moleculares contienen términos de enlace.
Algunas proposiciones moleculares tienen exactamente una proposición atómica.
Por tanto, algunas proposiciones que contienen términos de enlace tienen sólo una proposición atómica.
20. Ninguno de estos barcos es de vela.
Sólo los barcos de vela necesitan el viento para propulsión.
Por tanto, ninguno de estos barcos necesita el viento para propulsión.

B. Sugerir una conclusión que se piense que podría ser consecuencia de las premisas dadas en cada uno de los ejercicios siguientes, aunque no se pueda de momento probar que la conclusión es válida. (También aquí lo que se pide es lo que *parece* deducirse, no deducir una conclusión por métodos formales.)

1. Todos los miembros del equipo ganaron en sus pruebas.
Todos los que ganaron en sus pruebas recibieron medalla.
2. Ninguna proposición atómica contiene términos de enlace.
Esta proposición es una proposición atómica.
3. Algunos mamíferos son animales herbívoros.
Ningún animal herbívoro come carne.
4. Todos mis amigos esperarán la entrevista.
Juan es uno de mis amigos.
5. Ningún miembro del comité está presente.
Todas las personas directamente afectadas por la enmienda están presentes.

• 5.2 *Términos*

Empezaremos el análisis de las proposiciones atómicas buscando lo que son términos. Se consideran las proposiciones:

María está ausente,
Juan va despacio.
Este libro es rojo.
Dos es menor que tres.

En estas proposiciones los términos son las palabras «María», «Juan», «este libro», «dos» y «tres». Estos ejemplos sugieren una definición elemental:

> Un *término* es una expresión con la que se nombra o se designa un único objeto.

Más tarde se completará esta definición, pero ésta es la idea básica. Obsérvese que un término no ha de ser necesariamente un nombre como «María» o «Juan». Un término puede ser también una frase, como «este libro», «3+2», o «el primer presidente de los Estados Unidos», que se refiere a un individuo o cosa particular. Algunos términos son nombres y algunos son descripciones que se refieren a un individuo u objeto. Aunque en secciones posteriores se tratará la diferencia entre nombres y descripciones, será aquí útil considerar algunos ejemplos y distinguir los nombres de las descripciones.

Consideremos las proposiciones:

Brasil es el mayor productor de café del mundo.
Este libro es demasiado pesado.
$1+1=2$.

En estas proposiciones se tienen como nombres «Brasil» y las cifras arábigas «1» y «2». Se tienen como descripciones las frases: «el mayor productor de café del mundo», «este libro», «1+1». Obsérvese que se considera la frase «1+1» una *descripción* que se refiere al número 2 y el número «2» un *nombre* del número 2. Evidentemente, se tiene más de un nombre para el número «2», se tiene la palabra castellana «dos» y el número romano «II». Igual que un nombre, una descripción que es un término, identifica una persona o cosa particulares.

EJERCICIO 2

A. Señalar los términos en las proposiciones siguientes.

1. Este ejercicio es muy fácil.
2. China es el país más poblado del mundo.
3. El juego empezará pronto.
4. $5+4=3+6$.
5. Siete es mayor que tres más tres.
6. William Shakespeare es el autor de *Macbeth*.
7. Dos por tres es menor que siete por uno.
8. Juan es el presidente de nuestra clase.
9. Mi ejercicio de Matemáticas fue suspendido.
10. $2^3=8$.
11. Isabel II es la reina de Inglaterra.
12. París es la capital de Francia.

B. En las proposiciones siguientes, señalar de forma distinta los términos que son nombres y los que son descripciones.

1. El continente africano es mayor que el continente de Australia.
2. La raíz cuadrada de 25 es 5.
3. Juan es el corredor más rápido del equipo.
4. C es más que XXXII.
5. 4 por 20 es menor que 3 por 30.
6. Susana es ponente en la discusión de hoy.
7. La escalera de mano es muy insegura.
8. El tesorero de la clase de adultos es Pérez.
9. Los Andes son la cadena más larga de montañas del mundo.
10. $11+11=10+12$.
11. Este libro es muy informativo.
12. El país al norte de los Estados Unidos es Canadá.

5.3 *Predicados*

Consideremos la proposición:

Sócrates es sabio.

De la discusión de la Sección 5.2 se sabe que «Sócrates» es un término. ¿Qué se puede decir de la frase «es sabio»? No es un término, pero dice algo sobre Sócrates. La frase «es sabio» es un predicado. Ordinariamente, en proposiciones atómicas el sujeto de la proposición es un término y el predicado es el resto de la proposición que dice algo sobre el sujeto. En el ejemplo, el término «Sócrates» es el sujeto de la proposición, y la frase «es sabio» es el predicado que dice algo sobre Sócrates. Veamos algunos otros ejemplos.

Juan es nadador.
María canta.
Susana está triste.
José corre deprisa.

Se pueden distinguir los términos en estas proposiciones. Los predicados también aparecen claramente. Son «es nadador», «canta», «está triste», y «corre deprisa».

Se trata de ver cómo se pueden simbolizar estas proposiciones. Sea «S» el predicado «es nadador» y sea j=Juan. Entonces se puede simbolizar la proposición «Juan es nadador» por

$$Sj.$$

Sea «F» el predicado «canta» y m=María. Entonces se puede simbolizar la frase «María canta» por

$$Fm.$$

Se utiliza una sola letra para todo el predicado. Así, en la proposición «José corre deprisa» sea «R» el predicado «corre deprisa» y b=José. Entonces, la proposición se puede simbolizar por

$$Rb.$$

EJERCICIO 3

A. ¿Cuáles son los predicados completos en las proposiciones siguientes?

1. Juana anda despacio.
2. El lector habla rápidamente.
3. Tomás puntúa.
4. El primer juego ha terminado rápidamente.
5. Juan es muy inteligente.
6. El que va al frente es el canciller.
7. El que entra ahora es el juez.
8. Ana puntúa más alto.
9. Antonio es un corredor muy rápido.
10. El presidente ha hablado.
11. Joaquín atiende con aplicación.
12. Susana cabalga.
13. La temperatura sube invariablemente.
14. Francisco vive cerca.
15. María canta bien.

Simbolizar las proposiciones siguientes:

Ejemplo: Jorge es corredor.

> Sea «R» el predicado «es corredor».
> Sea g=Jorge.
> Entonces: Rg.

1. El rayo de luz se refracta.
2. El gentío se dispersó rápidamente.
3. Una fina brisa sopla.
4. El Gato Cheshire hace muecas.

5. El río Mississipi se desborda.
6. Susana anda graciosamente.
7. Juan entra.
8. El Sr. López se enfurruña.
9. El Sr. Pérez guisa.
10. Catalina está estudiando.
11. Aquella pintura es amable.
12. El caballo de Juan salta perezosamente.
13. El Sr. Blanco trabaja aquí cerca.
14. El sol estaba en el zénit.
15. Jorge está esperando pacientemente.

● 5.4 *Nombres comunes como predicados*

Algunas veces hay que tener cuidado en distinguir los términos de los predicados. Considérese:

Sócrates es un hombre.

Todos sabemos que «Sócrates» es un término. Se puede pensar también que «hombre» es un término, pero no identifica una persona o cosa particular. En la gramática castellana «hombre» se denomina nombre común precisamente porque no es el nombre de ninguna persona u objeto en particular. Desde el punto de vista de la Lógica es conveniente dejar que nombres comunes sirvan como partes del predicado; así, en la proposición anterior la frase «es un hombre» es el predicado, y el nombre común «hombre» por sí mismo no es un término.

Algunas otras proposiciones en las que los nombres comunes sirven como partes de predicados son

Chicago es una ciudad.
Einstein fue un científico brillante.
Marte es un planeta.

En estas tres proposiciones los nombres comunes «ciudad», «científico» y «planeta» son partes de los predicados.

En Gramática es útil distinguir entre predicados formados simplemente con un verbo y aquellos que tienen una estructura más complicada porque utilizan nombres comunes u otras partes del lenguaje. En Lógica esta distinción no tiene importancia. Lo que es importante y lo que hay que ver muy claro es la distinción entre términos y predicados. Recuérdese que términos son expresiones que nombran o describen algún objeto único. Predicados, por otra parte, no nombran objetos pero dicen algo acerca de ellos. Es natural decir que los predicados también describen objetos. Precisaremos más sobre este punto. En Lógica, cuando se dice que un término *describe* un objeto, se piensa que con esta descripción se sabe exactamente que objeto es. En este sentido un término describe *completamente* un objeto. Identifica aquel objeto particular. Por tanto, los nombres comunes pueden ser también partes de términos cuando describen una cosa particular. Por ejemplo «esta niña», o «el primer chico de la fila». Los predicados, por otra parte, sólo describen objetos parcialmente. De la proposición «María canta» se sabe algo sobre María por el predicado, pero sólo del predicado no se podría deducir que la proposición se refiere a María.

Tenemos, pues, dos partes distintas de una proposición, en la clasificación lógica, en las que pueden aparecer nombres comunes. Estos pueden usarse para construir términos como «en aquel hombre» o «el edificio en la esquina de la Avenida Diagonal y la calle de la Universidad». Y pueden ser utilizados también para construir predicados como en «es un estudiante diligente» o «es un árbol».

Para construir un término pueden utilizarse varios nombres comunes. Por ejemplo, el término «el hombre que robó en el banco» utiliza los nombres comunes «hombre» y «banco».

EJERCICIO 4

A. Escribir cinco proposiciones atómicas *en cuyos predicados* aparezcan los nombres comunes: juego, niña, chico, escuela y edificio.

B. Escribir otras cinco proposiciones atómicas que utilicen nombres comunes distintos de los del Ejercicio A y de los ejemplos anteriormente dados.

C. ¿Cuáles son los nombres comunes en las proposiciones siguientes?

1. Julio es un estudiante.
2. Azul y amarillo son colores complementarios.
3. Esta anémona marina es un animal.
4. Estos pinos de California son árboles gigantes.
5. 3/4 es un número racional.
6. María es una enfermera.
7. El padre de Tomás es ingeniero.
8. Larry es un chico.
9. El Sr. Pérez es un corredor.
10. El Sr. Alonso es un profesor de Historia.

D. Anotar las proposiciones en las que hay nombres comunes. Después indicar cuáles de estos nombres comunes son partes de predicados. Finalmente, indicar qué nombres comunes no son partes de predicados pero son utilizados como términos, por ejemplo, «volúmenes» en (5).

1. Luis actúa muy rápidamente.
2. Javier es un hombre a quien le gustan los libros.
3. José ha leído rápidamente.
4. Juana parece estar concentrada.
5. Estos volúmenes son libros de consulta.
6. Su plan se desarrolla perfectamente.
7. Venus es un planeta.
8. Aquel objeto es una estrella distante.
9. Aquella planta es un vegetal.
10. Este reloj funciona continuamente.
11. Este paquete contiene ropa.
12. Su equipaje se envía ahora.
13. Su teléfono está sonando.
14. Pablo es un estudiante de la Universidad.
15. Carlos es un pianista.

E. Cuáles son los *términos* que son el sujeto y no parte del predicado en cada una de las siguientes proposiciones.

1. Dos más dos es igual a tres más uno.
2. Jaime es un jugador de pelota.
3. Susana es una secretaria.
4. María ha esperado pacientemente.
5. $5 \times 6 = 30$.
6. Este pájaro es un pájaro bobo.
7. Esta rosa es una flor fragante.
8. Juana se marcha.
9. Tres es un número primo.
10. Juan habla con claridad.

F. Simbolizar las proposiciones siguientes. Utilizar una letra mayúscula para representar el predicado completo y una letra minúscula para el término.

1. Andrés es un miembro del club.
2. Terry habla bajo.
3. Carlos es un músico.
4. Este pupitre está desordenado.
5. Esta mesa es redonda.

6. La guerra de los Cien Años empezó en 1337.
7. El coche del Sr. Martínez es un coche de carreras.
8. Australia es un continente.
9. Este bloque de bronce tiene una masa de 500 gramos.
10. El cero es un número.
11. El Mercurio es un líquido que se dilata en proporción directa a la temperatura
12. Este dinosaurio vivió durante el período Jurásico.
13. La ciudad rusa de Sebastopol es un puerto en el mar Negro.
14. Este círculo tiene una tangente AB.
15. Este libro tiene una página extraviada.

G. En las proposiciones siguientes, dos proposiciones atómicas están unidas por un término de enlace. Simbolizar la proposición completa utilizando letras minúsculas para los términos y letras mayúsculas para los predicados.

1. Si Juana es alta, entonces Susana es baja.

Ejemplo: Sea «T» el predicado «es alta».
«S» el predicado «es baja».

j = Juana
s = Susana.
Entonces $Tj \rightarrow Ss$

2. O Catalina se ha retrasado o Rosa se ha adelantado.
3. Eubola es una isla griega y Creta es una isla griega.
4. Si Tomás es elegido, entonces Jorge será nombrado.
5. Si José es viejo, entonces Juan no es viejo.
6. O el tren se ha retrasado o esta guía está equivocada.
7. Jorge Sand y Jorge Elliot no eran hombres.
8. O el peso específico del helio es menor que el del aire, o el aire no empujará el globo hacia arriba.
9. El budismo es una religión que se originó en la India, pero que tuvo más difusión en la China.
10. Si Antonio está aquí, entonces puede empezar la asamblea.
11. Juan ganará si y sólo si se entrena cada día.
12. Pedro será músico si y sólo si practica con diligencia.

• 5.5 *Fórmulas atómicas y variables*

En Lógica predicativa la expresión más corta que tiene sentido por sí sola es una letra predicativa a la que está unida un término. Por ejemplo,

(1) Lj

que representa la proposición atómica

(2) Jaime estudia Lógica.

Sólo «estudia lógica» no dice nada, ni tampoco «Jaime»; ni tampoco «L» o «j». «L» es sólo un predicado y «j» es sólo un término.

Se considera ahora la expresión

(3) x es un número par,

puede simbolizarse

(4) Ex.

Las *formas* de (3) y (4) son las mismas que las formas de (2) y (1) respectivamente. Pero (3) y (4) no dicen nada sobre algo en particular y no se puede decir si son ciertas o falsas porque x no es ningún objeto particular. Sin embargo, también aprenderemos a manejar expresiones como la (4) de manera análoga a como se hizo con las expresiones del tipo (1), bien sea consideradas independientemente o formando parte de expresiones más largas. Se las llamará fórmulas atómicas.

Si en (3) y (4) se sustituye x por «4» se tiene la proposición atómica cierta «4 es un número par». que se designa por «$E4$». Si se sustituye x por 5 se obtiene una proposición falsa. Se podrían elegir términos cualesquiera que nombrasen o describiesen objetos únicos para poner en vez de x en (3) o (4): 6, 2+8, Filadelfia, etc. Cada uno daría lugar a una proposición cierta o falsa. Cuando las letras «x», «y», «z», se utilizan como términos, sin que representen objetos particulares, se denominan *variables*. En casos concretos se pueden sustituir por nombres de objetos particulares. Así las variables se consideran también como términos a pesar de no nombrar ni referirse a ningún objeto único. Esta es la razón por la que cuando se introdujeron los términos se indicó que más adelante se daría una definición más completa. Esta definición es:

> Un *término* es una expresión con la que o se nombra o se designa un único objeto, o es una variable que puede ser sustituida por una expresión que nombre o designe un objeto único.

Es natural preguntar a qué corresponden las variables en Gramática. Es claro que no son verbos ni adjetivos ni adverbios ni nombres. Pero en forma muy aproximada se puede decir que las variables corresponden a los pronombres. Considérense las siguientes fórmulas atómicas que contienen variables.

x es un hombre.	$x=y$
y es un astronauta.	$x>1$
z es un libro.	$y>10$
u es una pintura famosa.	$x+y=z$
x es un nuevo automóvil negro.	$x-1=3$

Si se escriben las cinco fórmulas atómicas de la izquierda sustituyendo las variables por pronombres, se tiene:

Él es un hombre.
Él es un astronauta.
Éste es un libro.
Ésta es una pintura famosa.
Éste es un automóvil negro nuevo.

A primera vista, estamos inclinados a decir si son verdaderas o falsas estas proposiciones que utilizan pronombres. Sin embargo, dada la especial naturaleza de los pronombres que los asemeja a las variables, por la simple inspección de las proposiciones en las que se presentan, no se puede decir si las proposiciones son ciertas o falsas. Con sólo la proposición «Él es un hombre» no se sabe a que objeto único se refiere el pronombre «él». Para hallar el objeto único a que se refiere el pronombre se ha de considerar todo el contexto o situación en que se usa la proposición. Sin este contexto no se puede decir si la proposición «Él es un hombre» es cierta o falsa. Las mismas observaciones se aplican a los otros ejemplos.

EJERCICIO 5

A. Señalar los pronombres en las proposiciones siguientes.

1. Ella es amiga de Jorge.
2. Éste es un insecto.
3. Él trabaja en el supermercado.
4. Ellos son senadores.
5. Ésta es nuestra canción favorita.
6. Ella es una secretaria.
7. Ella escribe libros.

8. Él es médico.
9. Ésta es una casa grande.
10. Ésta es una planta de flor prematura.

B. En los ejemplos del Ejercicio **A** sustituir los pronombres por variables. Utilizar «*x*» y «*z*» como variables.

Damos ahora una definición concisa de fórmula atómica:

> Una *fórmula atómica* es un predicado solo, junto con el número apropiado de términos unidos al mismo.

Hasta ahora, se han considerado únicamente predicados que sólo requieren un término. Se denominan predicados «simples». Considérese el siguiente:

(1) El Sr. López es el padre de Luis.

Si se pone «*s*» para «El Sr. López» y «*K*» para el predicado simple «es el padre de Luis», entonces (1) se simbolizará por:

$$Ks.$$

Pero si se supone que (1) fuera una premisa y que hubiera otra segunda premisa que dijera:

(2) Todo aquél cuyo padre es el Sr. López tiene el pelo negro.

De (1) y (2) se podría concluir lógicamente que Luis tiene el pelo negro. Pero esto no se puede hacer con la «*K*» que representa el predicado simple «es el padre de Luis». Si se representa por «*F*» el predicado «es el padre de», y por «*j*» el término «Luis», se puede simbolizar (1) por medio de la fórmula atómica:

$$Fsj$$

«*F*» es un predicado doble, pues el número apropiado de términos que hay que añadirle es dos. «*Fs*» y «*Fj*» representarían «El Sr. López es el padre de» y «es el padre de Luis», respectivamente. Ninguna de las dos es completa. No se pueden presentar solas, por tanto, no son fórmulas atómicas.

Ejercicio 6

A. «*B*» es un predicado simple, «*D*» es un predicado doble y «*G*» es un predicado triple. En cada uno de los casos siguientes, indicar si es o no una fórmula atómica.

1. Ba
2. $\neg Dde$
3. $Bx \rightarrow$
4. Dxy
5. $Gabc$
6. $Dae \vee$ P
7. Dcy
8. $Gxyz$
9. $\leftrightarrow$
10. Bc & Dab
11. $Gaxy$
12. Bz

B. Establecer cinco fórmulas atómicas utilizando las variables «x», «y», y «z».

C. ¿Cuáles de las siguientes son fórmulas atómicas?

1. $x=y$.
2. $z<x$.
3. $x=y$ y $y-1=z$.
4. $x+1=y+1$.
5. $x+y=y+w$.
6. Si $z<x$ entonces $z<y$.
7. Si $z<x$ entonces $y>z$.
8. $x+y>z$.
9. Si $y-1=z$ entonces $x-1=z$
10. O $x>y$ o $z>x$.
11. $x\neq z$.
12. $x+z=y+z$.
13. $x-w\neq y+z$.
14. $x>w$ y $y<z$.
15. $x=y \rightarrow z\neq y+1$.
16. $x=2\times 2$.
17. $y=2+2$.
18. $x=3+1$ y $y\neq 3+1$.
19. $x>1$.
20. $z>2$.

El conocimiento de las variables y fórmulas atómicas permite dar una forma clara de traducción del lenguaje corriente al simbolismo de la Lógica predicativa. Se considera el ejemplo,

Eisenhower nombró ministro de Justicia a Warren.

$Axy \leftrightarrow x$ nombró a y.
$e=$ Eisenhower.
$w=$ministro de Justicia a Warren.

En símbolos: Aew.

Cuando utilicemos equivalencias como la «$Axy \leftrightarrow x$ nombró a y», siempre que se tenga «nombró a» en castellano se utilizará «A» en símbolos, y siempre que se tenga «A» en símbolos se dirá «nombró a» en castellano.

«x» y «y» se han utilizado para indicar que «nombró a» y «A» son predicados dobles que requieren dos términos. Los términos «e» y «w» no se utilizan para traducir «nombró a», pues la traducción de cada término y cada predicado han de darse por separado para que quede claro. Separadamente damos las traducciones de «Eisenhower», de «ministro de Justicia a Warren» y de «nombró a», pero no de «Eisenhower nombró ministro de Justicia a Warren» de una vez.

Obsérvese lo siguiente. (1) Los símbolos para términos y para predicados se dan por separado. (2) El número de términos apropiados al predicado se indica añadiendo al predicado un número de variables igual al de términos. Por lo tanto, la traducción de un predicado es un símbolo que corresponde al predicado del lenguaje ordinario, y que forma parte de una fórmula atómica, en este caso «Axy». (3) Es importante el orden en que se escriben los términos unidos a predicados no simples. (4) Entre la fórmula atómica en símbolos lógicos y su equivalente en el lenguaje ordinario se coloca un término de enlace de equivalencia $\leftrightarrow$. (5) El signo igual, $=$, se coloca entre los símbolos lógicos para términos que representan objetos aislados y los nombres correspondientes en lenguaje corriente de los mismos objetos. (6) Los símbolos lógicos se ponen a la izquierda, las palabras en castellano a la derecha.

En lo sucesivo se seguirá siempre esta pauta al efectuar traducciones. La operación de indicar los símbolos lógicos que se utilizarán para proposiciones atómicas para los predicados, o términos, puede decirse que es *definir los términos*.

Es aceptable también el escribir «xAy» en vez de «Axy». Así, la proposición atómica anterior, «Aew», podría también simbolizarse «eAw». En ambos casos el orden de los dos términos ha de ser el mismo.

Ejercicio 7

Traducir las siguientes proposiciones a la forma total de lógica predicativa, definiendo primero los símbolos y dando después la traducción.

1. El monumento a Washington mide 170 m de altura.
2. Aristóteles fue el maestro de Alejandro Magno.
3. El Senado tiene cien miembros.
4. Lindbergh hizo el primer vuelo solo hacia París.
5. Fujiyama es una montaña muy bonita.
6. La cascada más alta en el Parque de Yosemite mide 770 metros.
7. Los Estados Unidos reciben mucho café del Brasil.
8. El puente de Golden Gate es rojo.
9. El sistema de los números reales es un cuerpo.

10. El triángulo *ABC* es congruente al triángulo *DEF*.

Fórmulas atómicas cuyos términos no utilizan variables son proposiciones atómicas. Con términos de enlace forman proposiciones moleculares igual que en Lógica proposicional. Fórmulas atómicas con variables también pueden combinarse con términos de enlace, pero los resultados no son proposiciones ciertas o falsas. En Lógica predicativa, expresiones que contienen términos de enlace se denominan fórmulas moleculares tanto si contienen variables como si no.

Considérense los ejemplos siguientes:

Ejemplo a.

Si Miguel Ángel fue un artista del Renacimiento, entonces
Leonardo da Vinci fue un artista del Renacimiento.

$Rx \leftrightarrow x$ fue un artista del Renacimiento
$m =$ Miguel Ángel
$l =$ Leonardo da Vinci

en símbolos: $Rm \rightarrow Rl$

Ejemplo b.

Antonio ayuda a Juan y es ayudado por José.

$Hxy \leftrightarrow x$ ayuda a y
$b =$ Antonio
$h =$ Juan
$j =$ José

en símbolos: $Hbh \;\&\; Hjb$

Obsérvese que el segundo miembro de la conjunción, «Antonio es ayudado por José» se ha tratado igual que «José ayuda a Antonio».

Ejemplo c.

Si x es mayor que dos y dos es mayor que z, entonces
x es mayor que z.

Esto se puede simbolizar utilizando los símbolos típicos matemáticos y lógicos. En este caso no es necesario definir los símbolos. Podemos escribir inmediatamente la fórmula molecular

$$x>2 \quad \& \quad 2>z \quad \rightarrow \quad x>z$$

Ejercicio 8

A. Indicar cuáles de las siguientes proposiciones se traducirían sólo como fórmulas atómicas y cuáles se traducirían como fórmulas moleculares.

1. Los ingresos de Álvarez crecen y los precios de los bienes de consumo aumentan.
2. Si los ingresos de Álvarez no aumentan proporcionalmente, entonces sus ingresos reales disminuyen.
3. y es el índice de precios durante el mes.
4. O los ingresos reales aumentan o el nivel de vida no ha de subir.
5. x viaja hacia el Norte.
6. x dista 1000 millas de z.
7. z viaja a razón de 300 millas por día.
8. 5/6 no pertenece al conjunto de los números enteros.
9. x es un número entero.
10. z no es un número racional.
11. Juan no es un licenciado.
12. La Luna es el único satélite natural de la Tierra.
13. z es el número de alumnos de la escuela.
14. Luis tira con una fuerza de 20 kg y Antonio tira por el otro lado con una fuerza de 25 kg.
15. y es la magnitud de la fuerza resultante.

B. Dar una traducción predicativa de cada una de las siguientes proposiciones, definiendo primero sus símbolos.

1. Si el Nautilus está en equilibrio, o está en reposo, o se mueve con velocidad constante en línea recta.
2. Marta ama a José y José ama a Marta.
3. O el Sr. Gómez lleva a Pedro en el coche o llegará tarde a la cita.
4. Si se sobrepasa el límite elástico del muelle, entonces sus fuerzas moleculares son vencidas y el muelle no vuelve a su forma original.
5. Si Juan no es el hermano de María o María no es la cuñada de Juan, entonces el Sr. Pérez no es el padre de José y José es el primo de María.

5.6 *Cuantificadores universales*

Consideremos la fórmula atómica:

x es alto.

Si se sustituye «x» por «Lincoln» se obtiene la proposición cierta «Lincoln es alto». Si se examinan las fórmulas atómicas dadas como ejemplo en la última sección, se puede ver en cada caso que si se sustituyen las variables «x», «y» y «z» por términos que se refieran a un objeto único se obtiene una proposición atómica que es o cierta o falsa.

¿Hay algún otro camino para transformar fórmulas atómicas en proposiciones ciertas o falsas? La respuesta es afirmativa. En vez de poner «Lincoln» para «x» se puede decir «Todo es alto». Ésta es una proposición gramatical falsa. En vez de escribir «Todo es alto» se puede escribir la proposición «Cada x es alto». En Lógica se acostumbra a expresar la proposición en esta forma:

Para cada x, x es alto.

La frase «Para cada x» es un *cuantificador universal*. Se denomina cuantificador universal porque utiliza la variable «x» para afirmar que cada cosa en el universo tiene una cierta propiedad; en el caso presente la propiedad de ser alto.

Otro ejemplo a considerar es la fórmula atómica aritmética.

$$x>0.$$

Se puede hacer esta fórmula cierta o falsa sustituyendo «x» por el nombre o descripción de algún número particular. Por ejemplo, si se sustituye «x» por «$1+1$», se obtiene la proposición atómica

$$1+1>0,$$

que es cierta. Si se sustituye «x» por «-3», se obtiene la proposición atómica falsa,

$$-3>0.$$

Si se añade un cuantificador universal a la fórmula atómica «$x>0$», se obtiene la proposición falsa,

Para cada x, $x>0$.

Esta proposición es falsa, por ejemplo, si $x=-1$, entonces x no es mayor que 0. Es decir, la proposición afirma que *cada* número es mayor que 0, pero el número -1 no lo es, y por tanto la proposición es falsa.

El símbolo para el cuantificador universal es una «A» al revés, y se simboliza la última proposición considerada por:

$$(\forall x)(x>0).$$

Existe en el lenguaje otra forma de expresar lo mismo. En vez de decir «Para cada x, $x>5$» se puede decir:

Para *todo* x, $x>5$.

En ambos casos se simboliza de la forma:

$$(\forall x)(x>5).$$

Desde el punto de vista lógico la frase «Para cada x» se usa en el mismo sentido que la frase «Para todo x». El cambio de «cada» a «todo», representa en el lenguaje usual el cambio de singular a plural, pero éste es un cambio superficial análogo a uno que se había observado antes para los nombres comunes. No se trata de un cambio lógico. «Todos los gatos tienen garras» se traduce de la misma forma que «Cada gato tiene garras».

La frase «cada uno» también es una expresión común para indicar una cuantificación universal. En lenguaje corriente, en vez de decir «Para cada x, x es sabio», se diría «Cada uno es sabio». La traducción sería

$Wx \leftrightarrow x$ es sabio.

En símbolos $(\forall x)(Wx)$.

La lista siguiente resume las expresiones más comúnmente utilizadas para expresar el cuantificador universal:

Para cada x . .
Cada . . . .
Para todo x . .
Todo . . . .
Cualquiera . .

Obsérvese que en las proposiciones «Para cada x, x es 0» y «Para cada x, $x>5$» se da por supuesto que x es un número. El cuantificador universal en estos casos no se refiere a todas las cosas o entes, sino sólo a todos los números. Con frecuencia interesan no todas las cosas en el universo, sino un conjunto definido de cosas. En los ejemplos que se acaban de dar se consideran fórmulas de Aritmética y por tanto se refieren sólo a conjuntos de números. El conjunto de cosas que se consideran en una discusión se denomina ***dominio de referencia.*** Así, en algunos ejemplos se restringe el dominio a un conjunto particular y entonces el cuantificador universal se refiere a cada elemento de este conjunto. En otros ejemplos no se restringe el dominio, sino que se deja al cuantificador universal que cubra todos los entes u objetos del universo.

Casi siempre el contexto de la discusión pone de manifiesto el dominio. Por ejemplo, el uso de símbolos matemáticos en muchos de los ejemplos indicará que el dominio es el conjunto de los números. Así, el cuantificador universal «Para cada x» significa que se afirma algo para cada elemento en aquel dominio (en otras palabras, para cada número). Algunas veces una expresión particular del lenguaje utilizada para expresar la cuantificación universal indica ya el dominio. Las palabras «cada uno» o «cada cual», por ejemplo, sugieren que el dominio de los individuos es el de los seres humanos. En estos casos, el cuantificador universal «para cada x» se refiere a cada ser humano.

En cada proposición nos podemos limitar a un dominio particular. En una proposición tal como «Para cada x, $x > 0$» se ha de entender que el dominio está restringido al conjunto de los números. Si el dominio no fuera restringido, la proposición se tendría que expresar en la forma condicional «Para cada x, si x es un número entonces $x > 0$». En una discusión particular, como en los ejemplos de Aritmética, es mucho más conveniente limitarse a un dominio restringido puesto que el sujeto de esta discusión está limitado a un dominio fijo como el conjunto de los números.

Ejercicio 9

A. Convertir cada una de las fórmulas atómicas en una proposición atómica cierta o falsa sustituyendo las variables por nombres o descripciones de objetos únicos. Decir cuando la proposición resultante es cierta o falsa.

1. x es un senador de los Estados Unidos.
2. x es un maestro.
3. y es un buen libro.
4. x es un número mayor que 4.
5. x es una persona simpática.
6. z es el mejor logista en esta clase.
7. z juega a pelota.
8. y es una flor.
9. x es el primero de la escuela.
10. x es un astronauta.
11. z es un Secretario de Estado.
12. y es un Rey.

13. x es la fecha de mi cumpleaños.
14. y firma todos los billetes de Banco.
15. z es un miembro del Gobierno.

B. Convertir las fórmulas atómicas del Ejercicio **A** en proposiciones ciertas o falsas añadiendo cuantificadores universales utilizando el símbolo lógico $\forall$. Para cada una de las proposiciones resultantes decir si es cierta o falsa.

Ciertas expresiones de cuantificación universal se utilizan para expresar simultáneamente una negación. Considérese el ejemplo,

Ninguno quiere setas venenosas.

La palabra «Ninguno» tiene una doble acción como cuantificador universal y como expresión de la negación. Utilizando la variable «x», se puede traducir la expresión.

Para todo x, x no quiere setas venenosas.

o

$(\forall x)$(x no quiere setas venenosas).

El sentido en que «Ninguno» en la proposición original expresa una cuantificación universal, queda de manifiesto ahora por la frase «Todo x», y el sentido en que la palabra «Ninguno» en la proposición original expresa negación, está ahora indicada por la palabra «no». Para simbolizar completamente la proposición traducida, se define primero,

$Lx \leftrightarrow x$ quiere setas venenosas,

y entonces se simboliza la proposición por

$$(\forall x)(\neg Lx).$$

Otra expresión que expresa ambas, cuantificación universal y negación, se pone de manifiesto en la proposición siguiente:

Nada es absolutamente malo.

En esta proposición la palabra «Nada» sirve a la vez como cuantificador universal y como expresión de una negación, lo que se pone refiere claramente cuando se introduce una variable a la expresión en castellano; en primer lugar se tiene:

Para todo x, x no es absolutamente malo.

Definiendo:

$$Bx \leftrightarrow x \text{ es absolutamente malo.}$$

La proposición se simboliza por:

$$(\forall x)(\neg Bx)$$

La siguiente lista resume las expresiones más comunes utilizadas para expresar a la vez un cuantificador universal y una negación:

Para ningún x . . . .
Ninguno . . . .
Nadie . . . .
Nada . . . .
No . . . .

Ejercicio 10

A. Utilizar el cuantificador universal para simbolizar las siguientes proposiciones, pero sin utilizar letras que sustituyan a los predicados; expresar las negaciones y predicados en castellano con variables.

1. Para cada x, x tiene un nombre.
2. Cada cosa está sujeta a cambio.
3. Para todo x, x es el valor de una variable.
4. Nada es absolutamente frío.
5. Para cada y, y pertenece a un conjunto.
6. Nada cambia.
7. Para todo y, y no es perfecto.
8. Todas las cosas son átomos.
9. Para cada y, y es materia.
10. Para todo y, y es una idea.

B. En cada una de las proposiciones siguientes el dominio de referencia es el conjunto de números. Usar el cuantificador universal para simbolizar las proposiciones pero no utilizar letras sustituyendo a los predicados. Expresar las negaciones y predicados con variables en símbolos matemáticos típicos o en el lenguaje usual.

1. Para cada z, $z>0$.
2. Para cada x, $x<x+1$.
3. Para cada x, x no es divisible por 0.

4. Para cada w, $w+0=w$.
5. Para todo x, x no es mayor que x.

C. En cada una de las proposiciones siguientes el dominio de referencia es el conjunto de los seres humanos. Usar el cuantificador universal para simbolizar las proposiciones, pero no utilizar letras para los predicados. Expresar las negaciones y predicados en el lenguaje corriente con variables.

1. Nadie acepta con alegría un desastre.
2. Nadie oye aquellos sonidos.
3. A nadie le gusta no tener razón.
4. Nadie es perfecto.
5. Cada uno necesita un mínimo de alimentos.

Es necesario distinguir los casos en que una negación sigue al cuantificador, de los casos en que la negación precede al cuantificador. Considérese la proposición siguiente.

(1) No todas las cosas son bonitas.

Ésta es simplemente la negación de

(2) Todas las cosas son bonitas.

Definiendo: $Bx \leftrightarrow x$ son bonitas, la proposición (2) se simboliza

$$(\forall x)(Bx)$$

y (1) es la negación de ésta

$$\neg(\forall x)(Bx).$$

El lenguaje a veces no es tan preciso como el simbolismo lógico. Hay muchas maneras distintas de expresar una idea. Muchas formas distintas en el lenguaje usual pueden tener un mismo significado. Por otra parte, una proposición en castellano puede tener diversos significados. Por ejemplo, el lugar que ocupa «no» en una proposición no siempre indica qué es lo que se ha de negar al simbolizarla. Considérese

(3) Cada uno no es un tonto.

Al principio parece que lo que se niega es «ser un tonto». Por medio de las variables, la frase sería:

Para cada x, x no es un tonto,

que significa:

(4) Nadie es un tonto.

Definiendo: $Fx \leftrightarrow x$ es un tonto, en símbolos la proposición sería:

$$(5)\ (\forall x)(\neg Fx).$$

Pero si significa:

(6) No cada uno es un tonto,

por medio de variables sería:

No para cada x, x es un tonto,

o en símbolos

$$(7)\ \neg(\forall x)(Fx).$$

La proposición es ambigua y es necesario considerar qué significado tiene la proposición en cada contexto. Por otra parte, la elección de las formas de expresión (6) o (4) son mejores, porque el significado lógico es claro. En la proposición (6) la proposición atómica completa «Cada uno es un tonto» es negada. En la proposición (4) la fórmula «Fx» es negada.

EJERCICIO 11

A. Traducir completamente en el simbolismo de la Lógica predicativa todos los ejemplos del Ejercicio 10 (A, B y C). En el Ejercicio 10 se añadió el cuantificador universal. Complétese ahora la simbolización utilizando letras que sustituyan los predicados y añadiendo los símbolos de negación apropiados.

B. Hacer la traducción completa en los símbolos de la Lógica predicativa. Primeramente se pueden introducir variables en las proposiciones escritas en castellano, si no estuvieran ya, sin embargo, no es necesario escribir este paso. En algunos de los ejemplos es obvio que el dominio de referencia es restringido. En cada ejemplo, en el que el dominio es restringido, indicar este dominio.

Ejemplo:	Cada cosa es buena.
Introduciendo variables:	Para todo x, x es bueno.
Definiendo los símbolos:	$Gx \leftrightarrow x$ es bueno.
En símbolos	$(\forall x)(Gx)$

1. Para cada z, z es vivo.
2. Cada uno desea buena suerte.
3. Para todo x, $x > x - 1$.
4. Todo el mundo no es diestro.
5. Para cada y, $y = y$.
6. Para cada z, z es un número.
7. Nada es imposible.
8. A nadie le gusta la derrota.
9. Para todo x, x no es absolutamente estable.
10. No todas las cosas son dignas de luchar por ellas.
11. Nadie es omnisciente.
12. Todas las cosas tienen valor.
13. Para cada x, x es sabio.
14. Para todo y, y es tonto.
15. Todo el mundo no tiene dos buenos ojos.
16. Todo es relativo.
17. Para cada w, w es un hombre.
18. Todo tiene su historia.

• 5.7 *Dos formas típicas*

Se vuelve ahora a la simbolización de cierta clase de proposiciones típicas que se presentan repetidamente en razonamientos deductivos o en otros contextos científicos. Cada una de estas proposiciones utiliza un cuantificador universal.

Para empezar, consideramos la proposición,

(1) Cada hombre es un animal.

De acuerdo con la discusión previa sobre nombres comunes y predicados, desde el punto de vista lógico hay dos nombres comunes. Ninguno de ellos se usa para construir un término y, por tanto, hay dos predicados en esta proposición, que son, el predicado «es un hombre», y el predicado «es un animal». Se utilizan estos dos predicados para traducir la proposición en la forma

(2) Para cada x, si x es un hombre, x es un animal.

Lo importante e interesante en lo que se refiere a la traducción tanto de (1) como (2), es que, en Lógica proposicional (1) se traduciría como una proposición atómica, mientras que (2) utiliza el término de enlace proposicional «si... entonces...». El motivo de este cambio es: si los nombres comunes han de ser tratados como predicados, entonces proposiciones como (1) no pueden ser traducidas como fórmulas atómicas, pues una fórmula atómica sólo puede tener un predicado exactamente. Utilizando nombres comunes como tales nombres y no como predicados completos, (1) expresa una relación entre hombres y animales en la forma de una proposición atómica. Cuando esta relación ha de ser expresada por predicados completos de manera que se pueda simbolizar, es necesario utilizar un término de enlace proposicional para expresarla. Esto es lo que se hace en la proposición (2).

Es de capital importancia hacer notar que el único término de enlace proposicional que puede usar en (2) es el «si... entonces...». Supongamos, por ejemplo, que en vez de utilizar el «si... entonces...» como término de enlace proposicional, se utiliza el «y». Entonces la proposición (1) se traduciría por la proposición:

(3) Para cada x, x es un hombre y x es un animal.

Es manifiesto que el significado de (3) es distinto del significado de (1). ¿En qué difieren los significados de los dos ejemplos? La proposición (3) dice que cada cosa es a la vez un hombre, *y* un animal, y esta proposición es evidentemente falsa. No es difícil encontrar ejemplos que hagan (3) falsa. Por ejemplo, la página en la que se leen estas proposiciones no es ni un hombre ni un animal, en contra de lo que afirma la proposición (3). La proposición (1), por otra parte, indica simplemente que para cualquier cosa se puede pensar que *si* es un hombre entonces ha de ser también un animal. En lenguaje corriente esto significa lo mismo que la proposición cierta «Cada hombre es un animal».

Definiendo, $Mx \leftrightarrow x$ es un hombre, $Ax \leftrightarrow x$ es un animal, y también utilizando el signo $\rightarrow$ y el símbolo para el cuantificador universal, se puede simbolizar (1) y (2),

$$(4)\ (\forall x)(Mx \rightarrow Ax).$$

La proposición (4) es un ejemplo típico de proposiciones de la forma «Cada tal-y-tal es esto-y-esto».

Puesto que lógicamente «cada» y «todo» tienen la misma fuerza, también será un ejemplo de proposiciones de la forma «Todo tal-y-tal es esto-y-esto». Desde el punto de vista lógico, se podría sustituir (1) por la proposición:

Todos los hombres son animales,

sin cambiar la fuerza lógica de lo que se había dicho. Obsérvese que el cambio en Gramática del verbo singular al plural no tiene en este caso importancia lógica.

Se considera ahora el caso en que se tiene a la vez cuantificación universal y negación. Un ejemplo típico es la proposición siguiente:

(5) Ningún hombre es inmortal.

Introduciendo variables se tiene:

(6) Para todo x, si x es un hombre, entonces x es no inmortal,

y (6) se traduce en símbolos por:

(7) $(\forall x)(Mx \rightarrow \neg Ix)$,

donde $Ix \leftrightarrow$ x es inmortal.

La proposición (7) es, pues, un ejemplo de proposiciones de la forma: «Ningún tal-y-tal es esto-y-esto» o expresado en plural «Ningunos tales-y-tales son estos-y-estos».

En algunos casos se niega una proposición completa como la (4). Sea la proposición

(8) No toda mujer tiene el pelo largo.

Definiendo

$Wx \leftrightarrow$ x es una mujer
$Lx \leftrightarrow$ x tiene pelo largo.

La proposición (8) se simboliza por

$$\neg(\forall x)(Wx \rightarrow Lx).$$

Hay muchas maneras de expresar en castellano una misma cosa y es imposible dar una forma típica para cada una de ellas. Es a menudo necesario considerar exactamente lo que dice, o intentar decir la misma cosa de manera diferente, hasta encontrar una forma en la que se pueda reconocer claramente una estructura lógica. Si se llega a la forma condicional, «si... entonces...» la estructura es casi siempre la más clara. Considérese el ejemplo:

$$(\forall x)(Tx \rightarrow Px)$$

Definiendo:

$Tx \leftrightarrow$ x es un árbol
$Px \leftrightarrow$ x es una planta

cada una de las siguientes son formas distintas de enunciar la misma proposición lógica anterior:

Todo árbol es una planta.
Las cosas que son árboles son también plantas.
Sólo plantas son los árboles.
Nada es un árbol si no es una planta.
Si algo es un árbol entonces es una planta.

Resumiendo, proposiciones de la forma «Todo A's son B's» se simboliza en la forma

$$(\forall x)(Ax \quad \rightarrow \quad Bx).$$

Proposiciones de la forma «Ninguna A's son B's» se simboliza en la forma

$$(\forall x)(Ax \quad \rightarrow \quad \neg Bx).$$

EJERCICIO 12

A. Simbolizar completamente:

1. Todos los gorriones son pájaros.
2. Todos los pinos son siempre verdes.
3. Toda almeja es bivalva.
4. Todos los franceses son europeos.
5. Cada millonario tiene riquezas.
6. Todo fruto es delicioso.
7. Toda hierba es verde.
8. Todo hielo es frío.
9. Todo río corre hacia abajo.
10. Todos los caballos son cuadrúpedos.

B. Simbolizar completamente:

1. Ningún melocotón es un vegetal.
2. Ningún limón es dulce.
3. Ningún hombre es una isla.
4. Ningún gato es canino.
5. Ningún adulto es un menor.
6. Ninguna zorra es tonta.

7. Ningún tirano es un hombre justo.
8. Ningún pájaro es cuadrúpedo.
9. Ningún universitario es un infante.
10. Ningún cuento de hadas es una historia cierta.

C. Simbolizar completamente:

1. Ningún canino es pájaro.
2. Ninguna lapa es bivalva.
3. Ningún automóvil es un cohete.
4. Ningún payaso es un hombre feliz.
5. Todos los guantes tienen dedos.
6. Todos los estudiantes son escolares.
7. Ningún cocinero es hombre delgado.
8. Todas las cuevas son refugios.
9. Ninguna tortuga es corredora.

D. Simbolizar completamente las proposiciones siguientes. Obsérvese que «sólo» es otra expresión común para indicar un cuantificador universal.

1. Sólo el protoplasma es sustancia viviente.
2. Sólo los hombres son racionales.
3. Sólo europeos son franceses.
4. Todos los pájaros y peces son animales.
5. Todos los caballos y vacas son cuadrúpedos.
6. Todos los plátanos y robles son árboles.
7. No todos los hombres son inteligentes.
8. No todos los hombres son rectos.
9. No toda la hierba es verde.

E. Simbolizar los cuantificadores y términos de enlace proposicionales, pero dejar los símbolos matemáticos.

1. Para todo x, si $x>2$, entonces $x>1$.
2. Para todo x, $x+0=x$.
3. Para todo x, si $x\neq 0$, entonces $x/x=1$.
4. Para todo y, $y-y=0$.
5. Para todo y, $y-0=y$.

Examen de repaso

I. Hacer una lista de los términos en las proposiciones siguientes, y una con los predicados de cada una.

a. Mike Taylor es un futbolista.
b. $5^2=25$.
c. El gran oso negro se dirigía despacio hacia nosotros.
d. Lincoln fue el décimosexto presidente de los Estados Unidos.
e. Dos es la raíz cúbica de ocho.

II. Simbolizar completamente:

a. Uno es el recíproco de uno.
b. La Enmienda dieciséis permite los impuestos federales.
c. El Procurador General es nombrado.
d. Aquel libro es una biografía.
e. Este libro es una colección de ensayos.
f. El sistema de los números naturales tiene un elemento cero.
g. La Sra. Costello es la madre de Daniel.
h. Los senadores no fueron elegidos por voto directo antes de 1913.
i. Si Eduardo no es un miembro del Consejo, entonces Nicolás no es un miembro del Consejo.
j. O $2+2\neq 5$ o $2+3\neq 6$.
k. Rosa es presidente y Teresa es tesorera.
l. Los «Gigantes» ganarán si y sólo si Jorge puede jugar.

III. Llenar cada espacio con una sola palabra.

a. Variables corresponden a .... en Gamática.
b. Una fórmula atómica puede contener ....
c. Proposiciones atómicas no contienen ....

IV. Construir cinco fórmulas atómicas utilizando variables.

V. Transformar las proposiciones siguientes en proposiciones *ciertas* sustituyendo las variables por términos.

a. x no está en esta clase.
b. y es un número menor que diez.
c. z es el Gobernador de este Estado.
d. x no es un número positivo.
e. y no es el principal de esta escuela.

VI. Simbolizar completamente las proposiciones siguientes:

a. Para todo *y*, *y* igual a *y* y *y* no es mayor que *y*.
b. Todo ha sido dicho.
c. Ningún hombre es a la vez loco y cuerdo.
d. Ningún número es a la vez par e impar.
e. Todo hombre es mortal.
f. A todo el mundo gusta el circo.
g. Nadie es o totalmente juicioso o totalmente estúpido.
h. Todo es o inmutable o mutable.
i. Para todo *x*, *x* es positivo si y sólo si *x* es mayor que cero.
j. Ninguna música es ruido.
k. Sólo los números positivos son mayores que cero.
l. No todos los números son positivos.
m. Ninguna cosa es a la vez redonda y cuadrada.